Rynek z proporcjonalnymi kosztami za transakcje

Agnieszka Rygiel

Państwowa Wyższa Szkoła Zawodowa w Tarnowie

Szkoła Letnia Matematyki Finansowej 2012

8 maja 2012

Model rynku

Model rynku

$(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{F}, \mathbb{P})$

Model rynku

$(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{F}, \mathbb{P})$
$\mathbb{F} = (\mathcal{F}_t)_{t=0}^{T}$; $\mathcal{F}_s \subset \mathcal{F}_t \subset \mathcal{F}$ dla $0 \leq s \leq t \leq T$

Model rynku

$(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{F}, \mathbb{P})$
$\mathbb{F} = (\mathcal{F}_t)_{t=0}^{T}$; $\mathcal{F}_s \subset \mathcal{F}_t \subset \mathcal{F}$ dla $0 \leq s \leq t \leq T$
$S_t = (S_t^1, ..., S_t^d) \in (0, \infty)^d$ - ceny akcji w chwili t

Model rynku

$(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{F}, \mathbb{P})$
$\mathbb{F} = (\mathcal{F}_t)_{t=0}^T$; $\mathcal{F}_s \subset \mathcal{F}_t \subset \mathcal{F}$ dla $0 \leq s \leq t \leq T$
$S_t = (S_t^1, ..., S_t^d) \in (0, \infty)^d$ - ceny akcji w chwili t
$(S_t)_{t=0}^T$ - adaptowany do filtracji $\mathbb{F}$ proces cen

Model rynku

$(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{F}, \mathbb{P})$

$\mathbb{F} = (\mathcal{F}_t)_{t=0}^T$; $\mathcal{F}_s \subset \mathcal{F}_t \subset \mathcal{F}$ dla $0 \leq s \leq t \leq T$

$S_t = (S_t^1, ..., S_t^d) \in (0, \infty)^d$ - ceny akcji w chwili t

$(S_t)_{t=0}^T$ - adaptowany do filtracji $\mathbb{F}$ proces cen

$B_t \equiv 1$ - rachunek bankowy (ze stopą procentową $r = 0$)

Model rynku

$(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{F}, \mathbb{P})$
$\mathbb{F} = (\mathcal{F}_t)_{t=0}^T$; $\mathcal{F}_s \subset \mathcal{F}_t \subset \mathcal{F}$ dla $0 \leq s \leq t \leq T$
$S_t = (S_t^1, ..., S_t^d) \in (0, \infty)^d$ - ceny akcji w chwili t
$(S_t)_{t=0}^T$ - adaptowany do filtracji $\mathbb{F}$ proces cen
$B_t \equiv 1$ - rachunek bankowy (ze stopą procentową $r = 0$)
$y_t = (y_t^1, ..., y_t^d) \in \mathbb{R}^d$ - ilość akcji po dokonaniu transakcji w chwili $t - 1$

Model rynku

$(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{F}, \mathbb{P})$
$\mathbb{F} = (\mathcal{F}_t)_{t=0}^{T}$; $\mathcal{F}_s \subset \mathcal{F}_t \subset \mathcal{F}$ dla $0 \leq s \leq t \leq T$
$S_t = (S_t^1, ..., S_t^d) \in (0, \infty)^d$ - ceny akcji w chwili t
$(S_t)_{t=0}^{T}$ - adaptowany do filtracji $\mathbb{F}$ proces cen
$B_t \equiv 1$ - rachunek bankowy (ze stopą procentową $r = 0$)
$y_t = (y_t^1, ..., y_t^d) \in \mathbb{R}^d$ - ilość akcji po dokonaniu transakcji w chwili $t-1$
$x_t \in \mathbb{R}$ - ilość pieniędzy na rachunku bankowym między chwilami $t-1$ a t

Model rynku

$(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{F}, \mathbb{P})$
$\mathbb{F} = (\mathcal{F}_t)_{t=0}^T$; $\mathcal{F}_s \subset \mathcal{F}_t \subset \mathcal{F}$ dla $0 \leq s \leq t \leq T$
$S_t = (S_t^1, ..., S_t^d) \in (0, \infty)^d$ - ceny akcji w chwili t
$(S_t)_{t=0}^T$ - adaptowany do filtracji $\mathbb{F}$ proces cen
$B_t \equiv 1$ - rachunek bankowy (ze stopą procentową $r = 0$)
$y_t = (y_t^1, ..., y_t^d) \in \mathbb{R}^d$ - ilość akcji po dokonaniu transakcji w chwili $t - 1$
$x_t \in \mathbb{R}$ - ilość pieniędzy na rachunku bankowym między chwilami $t - 1$ a t
$(y_t)_{t=0}^T$, $(x_t)_{t=0}^T$- procesy prognozowalne względem filtracji $\mathbb{F}$

Koszty transakcyjne:

Koszty transakcyjne:
- inwestując w j-tą akcję kwotę $\hat{l}^j$ musimy zapłacić dodatkowo $\lambda^j \hat{l}^j$ ($\lambda^j \geq 0$), czyli wydamy $(1 + \lambda^j)\hat{l}^j$

Koszty transakcji

Koszty transakcyjne:
- inwestując w j-tą akcję kwotę $\hat{l}^j$ musimy zapłacić dodatkowo $\lambda^j \hat{l}^j$ ($\lambda^j \geq 0$), czyli wydamy $(1+\lambda^j)\hat{l}^j$
- sprzedając j-tą akcję za kwotę $\hat{m}^j$ ponosimy koszt $\mu^j \hat{m}^j$ ($\mu^j \geq 0$), otrzymamy zatem jedynie $(1-\mu^j)\hat{m}^j$

Koszty transakcji

Koszty transakcyjne:

- inwestując w j-tą akcję kwotę $\hat{l}^j$ musimy zapłacić dodatkowo $\lambda^j \hat{l}^j$ ($\lambda^j \geq 0$), czyli wydamy $(1 + \lambda^j)\hat{l}^j$
- sprzedając j-tą akcję za kwotę $\hat{m}^j$ ponosimy koszt $\mu^j \hat{m}^j$ ($\mu^j \geq 0$), otrzymamy zatem jedynie $(1 - \mu^j)\hat{m}^j$

l_t^j - liczba, o jaką zwiększamy ilość j-tej akcji w chwili $t - 1$

Koszty transakcji

Koszty transakcyjne:
- inwestując w j-tą akcję kwotę $\hat{l}^j$ musimy zapłacić dodatkowo $\lambda^j \hat{l}^j$ ($\lambda^j \geq 0$), czyli wydamy $(1 + \lambda^j)\hat{l}^j$
- sprzedając j-tą akcję za kwotę $\hat{m}^j$ ponosimy koszt $\mu^j \hat{m}^j$ ($\mu^j \geq 0$), otrzymamy zatem jedynie $(1 - \mu^j)\hat{m}^j$

l_t^j - liczba, o jaką zwiększamy ilość j-tej akcji w chwili $t - 1$
m_t^j - liczba, o jaką zmniejszamy ilość j-tej akcji w chwili $t - 1$

Koszty transakcji

Koszty transakcyjne:
- inwestując w j-tą akcję kwotę $\hat{l}^j$ musimy zapłacić dodatkowo $\lambda^j \hat{l}^j$ ($\lambda^j \geq 0$), czyli wydamy $(1+\lambda^j)\hat{l}^j$
- sprzedając j-tą akcję za kwotę $\hat{m}^j$ ponosimy koszt $\mu^j \hat{m}^j$ ($\mu^j \geq 0$), otrzymamy zatem jedynie $(1-\mu^j)\hat{m}^j$

l_t^j - liczba, o jaką zwiększamy ilość j-tej akcji w chwili $t-1$

m_t^j - liczba, o jaką zmniejszamy ilość j-tej akcji w chwili $t-1$

$$\Delta y_t^j = y_t^j - y_{t-1}^j = l_t^j - m_t^j, \quad j = 1, ..., d$$

Koszty transakcyjne:
- inwestując w j-tą akcję kwotę $\hat{l}^j$ musimy zapłacić dodatkowo $\lambda^j \hat{l}^j$ ($\lambda^j \geq 0$), czyli wydamy $(1+\lambda^j)\hat{l}^j$
- sprzedając j-tą akcję za kwotę $\hat{m}^j$ ponosimy koszt $\mu^j \hat{m}^j$ ($\mu^j \geq 0$), otrzymamy zatem jedynie $(1-\mu^j)\hat{m}^j$
l_t^j - liczba, o jaką zwiększamy ilość j-tej akcji w chwili $t-1$
m_t^j - liczba, o jaką zmniejszamy ilość j-tej akcji w chwili $t-1$

$$\Delta y_t^j = y_t^j - y_{t-1}^j = l_t^j - m_t^j, \quad j = 1, ..., d$$

$$l_t^j = \frac{\hat{l}_t^j}{S_{t-1}^j}, \quad m_t^j = \frac{\hat{m}_t^j}{S_{t-1}^j}$$

Koszty transakcyjne:
- inwestując w j-tą akcję kwotę $\hat{l}^j$ musimy zapłacić dodatkowo $\lambda^j \hat{l}^j$ ($\lambda^j \geq 0$), czyli wydamy $(1+\lambda^j)\hat{l}^j$
- sprzedając j-tą akcję za kwotę $\hat{m}^j$ ponosimy koszt $\mu^j \hat{m}^j$ ($\mu^j \geq 0$), otrzymamy zatem jedynie $(1-\mu^j)\hat{m}^j$
l_t^j - liczba, o jaką zwiększamy ilość j-tej akcji w chwili $t-1$
m_t^j - liczba, o jaką zmniejszamy ilość j-tej akcji w chwili $t-1$

$$\Delta y_t^j = y_t^j - y_{t-1}^j = l_t^j - m_t^j, \quad j = 1, \dots, d$$

$$l_t^j = \frac{\hat{l}_t^j}{S_{t-1}^j}, \quad m_t^j = \frac{\hat{m}_t^j}{S_{t-1}^j}$$

$$\Delta x_t = \sum_{j=1}^{d} (1-\mu^j) m_t^j S_{t-1}^j - (1+\lambda^j) l_t^j S_{t-1}^j$$

Strategia inwestycyjna

$(M, L) = (m_t, l_t)_{t=0}^{T}$ strategia inwestycyjna

Strategia inwestycyjna

$(M, L) = (m_t, l_t)_{t=0}^{T}$ strategia inwestycyjna
$(x_t, y_t^1, ..., y_t^d)$ - pozycja inwestycyjna po dokonaniu transakcji w chwili $t-1$ generowana przez strategię (M, L) startującą z pozycji $(x_0, y_0^1, ..., y_0^d)$:

Strategia inwestycyjna

$(M, L) = (m_t, l_t)_{t=0}^{T}$ strategia inwestycyjna
$(x_t, y_t^1, ..., y_t^d)$ - pozycja inwestycyjna po dokonaniu transakcji w chwili $t-1$ generowana przez strategię (M, L) startującą z pozycji $(x_0, y_0^1, ..., y_0^d)$:

$$\begin{cases} x_t = x_0 + \sum_{j=1}^{d} [(1-\mu^j) \sum_{k=1}^{t} m_k^j S_{k-1}^j - (1+\lambda^j) \sum_{k=1}^{t} l_k^j S_{k-1}^j] \\ y_t^1 = y_0^1 + \sum_{k=1}^{t} (l_k^1 - m_k^1) \\ . \\ . \\ . \\ y_t^d = y_0^d + \sum_{k=1}^{t} (l_k^d - m_k^d) \end{cases}$$

Zbiór pozycji nieujemnych

Funkcja wartości

$$R_t(x, y^1, ..., y^d) = x + \sum_{j=1}^{d} [(1 - \mu^j)(y^j)^+ S_t^j - (1 + \lambda^j)(y^j)^- S_t^j]$$

Zbiór pozycji nieujemnych

Funkcja wartości

$$R_t(x, y^1, ..., y^d) = x + \sum_{j=1}^{d} [(1 - \mu^j)(y^j)^+ S_t^j - (1 + \lambda^j)(y^j)^- S_t^j]$$

Zbiór pozycji nieujemnych

$$G_t = \{(x, y^1, ..., y^d) \in \mathbb{R}^{d+1} : R_t(x, y^1, ..., y^d) \geq 0\}$$

Zbiór pozycji nieujemnych

Funkcja wartości

$$R_t(x, y^1, ..., y^d) = x + \sum_{j=1}^{d} [(1-\mu^j)(y^j)^+ S_t^j - (1+\lambda^j)(y^j)^- S_t^j]$$

Zbiór pozycji nieujemnych

$$G_t = \{(x, y^1, ..., y^d) \in \mathbb{R}^{d+1} : R_t(x, y^1, ..., y^d) \geq 0\}$$

Przypadek: $d = 1$

Zbiór pozycji nieujemnych

Funkcja wartości

$$R_t(x, y^1, ..., y^d) = x + \sum_{j=1}^{d}[(1-\mu^j)(y^j)^+ S_t^j - (1+\lambda^j)(y^j)^- S_t^j]$$

Zbiór pozycji nieujemnych

$$G_t = \{(x, y^1, ..., y^d) \in \mathbb{R}^{d+1} : R_t(x, y^1, ..., y^d) \geq 0\}$$

Przypadek: $d = 1$

$$G_t(\omega) = \begin{array}{ll} \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq \frac{-x}{(1+\lambda)S_t(\omega)}, & \text{dla } x \geq 0 \\ \text{oraz } y \geq \frac{-x}{(1-\mu)S_t(\omega)}, & \text{dla } x < 0\} \end{array}$$

G_t - zbiór losowy $\mathcal{F}_t$ - mierzalny;

Zbiór pozycji nieujemnych

Funkcja wartości

$$R_t(x, y^1, ..., y^d) = x + \sum_{j=1}^{d} [(1-\mu^j)(y^j)^+ S_t^j - (1+\lambda^j)(y^j)^- S_t^j]$$

Zbiór pozycji nieujemnych

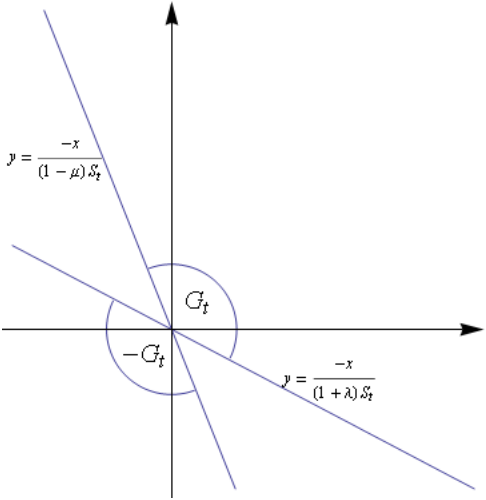
$$G_t = \{(x, y^1, ..., y^d) \in \mathbb{R}^{d+1} : R_t(x, y^1, ..., y^d) \geq 0\}$$

Przypadek: $d = 1$

$$G_t(\omega) = \begin{array}{ll} \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq \frac{-x}{(1+\lambda)S_t(\omega)}, & \text{dla } x \geq 0 \\ \text{oraz } y \geq \frac{-x}{(1-\mu)S_t(\omega)}, & \text{dla } x < 0\} \end{array}$$

G_t - zbiór losowy $\mathcal{F}_t$ - mierzalny;

$-G_t$ - zbiór pozycji osiągalnych w chwili t z pozycji zerowej



Rysunek : Przypadek: $d = 1$

Arbitraż

Arbitraż

Strategia (M, L) realizuje możliwość słabego arbitrażu w chwili t, jeżeli

$$\begin{aligned} R_t(x_t, y_t^1, \dots, y_t^d)^{(M,L)}) &\geq 0, \ \mathbb{P}\text{-p.n.}, \\ \mathbb{P}((x_t, y_t^1, \dots, y_t^d)^{(M,L)} &\neq 0) > 0. \end{aligned}$$

Arbitraż

Strategia (M, L) realizuje możliwość słabego arbitrażu w chwili t, jeżeli

$$\begin{aligned} R_t(x_t, y_t^1, \dots, y_t^d)^{(M,L)}) &\geq 0, \ \mathbb{P}\text{-p.n.}, \\ \mathbb{P}((x_t, y_t^1, \dots, y_t^d)^{(M,L)} &\neq 0) > 0. \end{aligned}$$

Strategia (M, L) realizuje możliwość silnego arbitrażu w chwili t, jeżeli

$$\begin{aligned} R_t(x_t, y_t^1, \dots, y_t^d)^{(M,L)}) &\geq 0, \ \mathbb{P}\text{-p.n.}, \\ \mathbb{P}(R_t(x_t, y_t^1, \dots, y_t^d)^{(M,L)} &> 0) > 0. \end{aligned}$$

Arbitraż

Strategia (M, L) realizuje możliwość słabego arbitrażu w chwili t, jeżeli

$$\begin{aligned} R_t(x_t, y_t^1, ..., y_t^d)^{(M,L)}) &\geq 0, \ \mathbb{P}\text{-p.n.}, \\ \mathbb{P}((x_t, y_t^1, ..., y_t^d)^{(M,L)} &\neq 0) > 0. \end{aligned}$$

Strategia (M, L) realizuje możliwość silnego arbitrażu w chwili t, jeżeli

$$\begin{aligned} R_t(x_t, y_t^1, ..., y_t^d)^{(M,L)}) &\geq 0, \ \mathbb{P}\text{-p.n.}, \\ \mathbb{P}(R_t(x_t, y_t^1, ..., y_t^d)^{(M,L)} &> 0) > 0. \end{aligned}$$

arbitraż $\Rightarrow$ słaby arbitraż

Arbitraż

A^T - zbiór pozycji osiągalnych w chwili T z zerowej pozycji początkowej

Arbitraż

A^T - zbiór pozycji osiągalnych w chwili T z zerowej pozycji początkowej
$A^T = \sum_{t=0}^{T} L^0(-G_t, \mathcal{F}_t)$, gdzie $L^0(-G_t, \mathcal{F}_t)$ - rodzina $\mathcal{F}_t$ - mierzalnych zmiennych losowych ξ takich, że $\xi(\omega) \in -G_t(\omega)$ dla prawie wszystkich $\omega \in \Omega$.

Arbitraż

A^T - zbiór pozycji osiągalnych w chwili T z zerowej pozycji początkowej

$A^T = \sum_{t=0}^{T} L^0(-G_t, \mathcal{F}_t)$, gdzie $L^0(-G_t, \mathcal{F}_t)$ - rodzina $\mathcal{F}_t$ - mierzalnych zmiennych losowych ξ takich, że $\xi(\omega) \in -G_t(\omega)$ dla prawie wszystkich $\omega \in \Omega$.

Mówimy, że w modelu spełniony jest warunek silnego braku arbitrażu w chwili T (AA^s_T), jeżeli

$$A^T \cap L^0(G_T, \mathcal{F}_T) = \{0\}$$

Arbitraż

A^T - zbiór pozycji osiągalnych w chwili T z zerowej pozycji początkowej
$A^T = \sum_{t=0}^{T} L^0(-G_t, \mathcal{F}_t)$, gdzie $L^0(-G_t, \mathcal{F}_t)$ - rodzina $\mathcal{F}_t$ - mierzalnych zmiennych losowych ξ takich, że $\xi(\omega) \in -G_t(\omega)$ dla prawie wszystkich $\omega \in \Omega$.

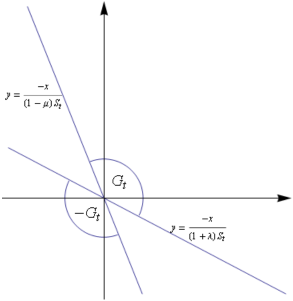
Mówimy, że w modelu spełniony jest warunek silnego braku arbitrażu w chwili T (AA^s_T), jeżeli

$$A^T \cap L^0(G_T, \mathcal{F}_T) = \{0\}$$

Mówimy, że w modelu spełniony jest warunek słabego braku arbitrażu w chwili T (AA^w_T), jeżeli

$$A^T \cap L^0(G_T, \mathcal{F}_T) \subset L^0(\partial G_T, \mathcal{F}_T)$$

Zbiór pozycji nieujemnych



Rysunek : Przypadek: $d = 1$

NWSR:
i) $A^T \cap L^0(G_T, \mathcal{F}_T) \subset L^0(\partial G_T, \mathcal{F}_T)$;
ii) $A^T \cap L^0(\mathbb{R}_+^{d+1}, \mathcal{F}_T) = \{0\}$.

Przykład 1:

$B \equiv 1, \quad S_0 = 1, \quad S_1 = 2$

Przykład 1:

$B \equiv 1, \quad S_0 = 1, \quad S_1 = 2$

Zakładamy, że koszt zakupu akcji wynosi $\lambda > 0$, koszt sprzedaży $\mu = 0$.

Przykład 1:

$B \equiv 1, \quad S_0 = 1, \quad S_1 = 2$

Zakładamy, że koszt zakupu akcji wynosi $\lambda > 0$, koszt sprzedaży $\mu = 0$.

Rozważamy strategię: $(m, l) = (0, 1)$, czyli

Przykład 1:

$B \equiv 1, \quad S_0 = 1, \quad S_1 = 2$

Zakładamy, że koszt zakupu akcji wynosi $\lambda > 0$, koszt sprzedaży $\mu = 0$.

Rozważamy strategię: $(m, l) = (0, 1)$, czyli

$x_1 = (1 - \mu)m - (1 + \lambda)l = -(1 + \lambda)$

$y_1 = l - m = 1$ oraz

Przykład 1:

$B \equiv 1, \quad S_0 = 1, \quad S_1 = 2$

Zakładamy, że koszt zakupu akcji wynosi $\lambda > 0$, koszt sprzedaży $\mu = 0$.

Rozważamy strategię: $(m, l) = (0, 1)$, czyli

$x_1 = (1-\mu)m - (1+\lambda)l = -(1+\lambda)$

$y_1 = l - m = 1$ oraz

$R_1(-(1+\lambda), 1) = -(1+\lambda) + (1-\mu)2 = 1 - \lambda$

Przykład 1:

$B \equiv 1, \quad S_0 = 1, \quad S_1 = 2$

Zakładamy, że koszt zakupu akcji wynosi $\lambda > 0$, koszt sprzedaży $\mu = 0$.

Rozważamy strategię: $(m, l) = (0, 1)$, czyli

$x_1 = (1 - \mu)m - (1 + \lambda)l = -(1 + \lambda)$

$y_1 = l - m = 1$ oraz

$R_1(-(1 + \lambda), 1) = -(1 + \lambda) + (1 - \mu)2 = 1 - \lambda$

1. dla $\lambda \in [0, 1)$
   $R_1(-(1 + \lambda), 1) > 0 \Rightarrow$ mamy możliwość silnego arbitrażu $(\sim AA_1^w)$

Przykład 1:

$B \equiv 1, \quad S_0 = 1, \quad S_1 = 2$

Zakładamy, że koszt zakupu akcji wynosi $\lambda > 0$, koszt sprzedaży $\mu = 0$.

Rozważamy strategię: $(m, l) = (0, 1)$, czyli

$x_1 = (1-\mu)m - (1+\lambda)l = -(1+\lambda)$

$y_1 = l - m = 1$ oraz

$R_1(-(1+\lambda), 1) = -(1+\lambda) + (1-\mu)2 = 1-\lambda$

1. dla $\lambda \in [0, 1)$
   $R_1(-(1+\lambda), 1) > 0 \Rightarrow$ mamy możliwość silnego arbitrażu ($\sim AA_1^w$)

2. dla $\lambda = 1$
   $R_1(-(1+\lambda), 1) = 0 \Rightarrow$ mamy możliwość słabego arbitrażu ($\sim AA_1^s$, ale AA_1^w)

Przykład 1:

$B \equiv 1, \quad S_0 = 1, \quad S_1 = 2$

Zakładamy, że koszt zakupu akcji wynosi $\lambda > 0$, koszt sprzedaży $\mu = 0$.

Rozważamy strategię: $(m, l) = (0, 1)$, czyli

$x_1 = (1-\mu)m - (1+\lambda)l = -(1+\lambda)$

$y_1 = l - m = 1$ oraz

$R_1(-(1+\lambda), 1) = -(1+\lambda) + (1-\mu)2 = 1 - \lambda$

1. dla $\lambda \in [0, 1)$
   $R_1(-(1+\lambda), 1) > 0 \Rightarrow$ mamy możliwość silnego arbitrażu $(\sim AA_1^w)$
2. dla $\lambda = 1$
   $R_1(-(1+\lambda), 1) = 0 \Rightarrow$ mamy możliwość słabego arbitrażu $(\sim AA_1^s$, ale $AA_1^w)$
3. dla $\lambda > 1$ mamy AA_1^s

Przykład 2:

$$B \equiv 1, \quad S_0 = 1, \quad S_1 = 2,$$

$$S_2(\omega) = \begin{cases} \epsilon & \omega \in A \\ \frac{1}{\epsilon} & \omega \notin A \end{cases}, \text{ gdzie } \mathbb{P}(A) = 0,5$$

Przykład 2:

$B \equiv 1, \quad S_0 = 1, \quad S_1 = 2,$

$$S_2(\omega) = \begin{cases} \epsilon & \omega \in A \\ \frac{1}{\epsilon} & \omega \notin A \end{cases}, \text{ gdzie } \mathbb{P}(A) = 0,5$$

koszty transakcji: $\lambda = 1, \quad \mu = 0.$

Przykład 2:

$B \equiv 1, \quad S_0 = 1, \quad S_1 = 2,$

$S_2(\omega) = \begin{cases} \epsilon & \omega \in A \\ \frac{1}{\epsilon} & \omega \notin A \end{cases}$, gdzie $\mathbb{P}(A) = 0,5$

koszty transakcji: $\lambda = 1, \quad \mu = 0.$

1. istnieje możliwość słabego arbitrażu w chwili $t = 1$ ($\sim AA_1^s$)

Przykład 2:

$B \equiv 1, \quad S_0 = 1, \quad S_1 = 2,$

$S_2(\omega) = \begin{cases} \epsilon & \omega \in A \\ \frac{1}{\epsilon} & \omega \notin A \end{cases}$, gdzie $\mathbb{P}(A) = 0,5$

koszty transakcji: $\lambda = 1, \quad \mu = 0.$

1. istnieje możliwość słabego arbitrażu w chwili $t = 1$ ($\sim AA_1^s$)
2. nie istnieje możliwość słabego arbitrażu w chwili $t = 2$ (AA_2^s)

Przykład 2:

$B \equiv 1, \quad S_0 = 1, \quad S_1 = 2,$

$S_2(\omega) = \begin{cases} \epsilon & \omega \in A \\ \frac{1}{\epsilon} & \omega \notin A \end{cases}$, gdzie $\mathbb{P}(A) = 0,5$

koszty transakcji: $\lambda = 1, \quad \mu = 0.$

1. istnieje możliwość słabego arbitrażu w chwili $t = 1$ ($\sim AA_1^s$)
2. nie istnieje możliwość słabego arbitrażu w chwili $t = 2$ (AA_2^s)

$$AA_T^s \not\Rightarrow AA_t^s \text{ dla } t < T$$

- Y. Kabanov, M. Safarian, *Markets with transaction costs: mathematical theory,* Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, (2009).
- Y. Kabanov, M. Rasonyi, Ch. Stricker, *No-arbitrage criteria for financial markets with efficient friction,* Finance and Stochastics 6, (2002), 371-382.
- M. Rasonyi, *New methods in the arbitrage theory of financial markets with transaction costs,* Séminaire de Probabilités XLI, Lecture Notes in Mathematics 1934, 455–462, Springer, Berlin, 2008.