

Wybrane metody wyceny ryzyka kredytowego

Model CreditMetrics

Katarzyna Szwedo

Szkoła Letnia Matematyki Finansowej

09.05.2012 r.

Spis treści

- 1 Ryzyko i jego rodzaje.
- 2 Sposoby oceny ryzyka kredytowego
- 3 VaR
- 4 Model CreditMetrics
 - Przykład
 - Wady i zalety modelu CreditMetrics

Ryzyko i jego podział.

Ryzyko:

- zagrożenie nieosiągnięcia oczekiwanego celu,
- możliwość osiągnięcia efektu, który różni się od spodziewanego.

Ryzyko finansowe

- zagrożenie powstania strat finansowych.

Ryzyko finansowe możemy podzielić m. in. na:

- rynkowe,
- płynności,
- operacyjne,
- kredytowe.

Ryzyko rynkowe można podzielić m. in. na ryzyko:

- kursu walutowego,
- cen towarów, nieruchomości,
- stopy procentowej,
- cen akcji.

Ryzyko operacyjne jest związane m. in. z:

- oszustwem wewnętrznym, zewnętrznym,
- źle wykwalifikowaną kadrą, relacjami z pracownikami
- wadami systemów, programów komputerowych,
- produktem,
- zmianami polityczno prawnymi,

Ryzyko kredytowe

Ryzyko kredytowe

„możliwość niedotrzymania warunków umowy przez drugą stronę kontraktu, co oznacza, iż strona narażona na ryzyko nie otrzyma w oczekiwanym terminie płatności określonej warunkami kontraktu. ”

Ryzyko kredytowe:

- ryzyko niedotrzymania warunków umowy,
- ryzyko zmiany wiarygodności kredytowej pożyczkobiorcy.

Ekspozycja kredytowa (zaangażowanie kredytowe)

kwota nominalna roszczenia wobec kredytobiorcy w chwili zajścia zdarzenia niedotrzymania umowy.

Metoda credit-scoring

Credit-scoring

„jest metodą oceny ryzyka kredytowego zawiązanego z danym kredytobiorcą. Wykorzystuje dane historyczne, statystyczne, próbuje ocenić wpływ różnych cech opisanych we wniosku na ewentualne problemy związane ze spłatą długu. Metoda ta dostarcza ocenę, którą bank wykorzystuje do klasyfikacji kredytobiorcy do odpowiedniej kategorii ryzyka.”

Mozemy wyróżnić kilka rodzajów credit-scoringu, np. :

- scoring użytkowy,
- scoring behawioralny.

Scoring użytkowy

W celu przeprowadzenia scoringu użytkowego:

- sporządza się arkusze zdolności kredytowej,
- uzupełnia się dane dotyczące potencjalnego pożyczkobiorcy (uzupełnienie arkusza zdolności kredytowej),
- każda odpowiedź z arkusza oceniana się według ustalonej skali punktowej,
- sumuje się punkty i na ich podstawie podejmuje decyzje o przyznaniu bądź nie przyznaniu kredytu.

Scoring użytkowy

Przykładowo osoba fizyczna może osiągać różną ilość punktów w zależności od:

- płci, wieku, zdrowia,
- stanu cywilnego, ilości członków rodziny na utrzymaniu,
- dochodu netto na członka rodziny, zamożności (posiadania auta, nieruchomości)
- wielkości zabezpieczenia, ilości poręczycieli,
- rodzaju umowy o pracę, doświadczenia zawodowego, stażu pracy, pozycji w pracy, wykształcenia,
- adresu zamieszkania,
- karalności, informacji o terminowości spłacania rat innych pożyczek, abonamentu.

Scoring behawioralny

Scoring behawioralny polega na analizie danych historycznych, wykorzystywanych, np. do:

- monitoringu i zmiany warunków kredytowania,
- przygotowania przez bank nowych produktów,
- aktualizacji hurtowni danych i ulepszania zasad przyznawania kredytów.

Klasyfikacja ratingowa kredytobiorcy

Metoda klasyfikacji ratingowej, polega na określeniu kategorii ryzyka, sposobu klasyfikacji kredytobiorców do tych kategorii. Często podstawą do ustalenia ratingu jest ocena wynikająca z metod scoringowych. Instytucje ratingowe i podmioty korzystające z metod ratingowych mogą tworzyć kategorie według własnych kryteriów. Poniższa tabela przedstawia przykładowe kategorie ratingowe.

Kategoria ratingowa	Przypisane ryzyko
AAA	Nieznaczące- brak
AA	Niskie
A	Umiarkowane
BBB	Przeciętne
BB	Akceptowalne
B	Pod obserwacją
CCC	Poniżej standardu
D	Wątpliwe-niewypłacalność

Tabela: Kategorie ratingowe.

VaR

Czym jest VaR ?

VaR jest to taka wielkość wartości rynkowej, że przy ustalonym horyzoncie czasowym

$$\text{VaR} = \inf\{x \in \mathbb{R} : P(S < x) \leq \alpha\}, \quad \alpha \in (0, 1),$$

gdzie:

S - strata wartości aktywów lub pasywów,

α - poziom ufności.

(W przypadku modelu ciągłego) VaR jest to taka wielkość wartości rynkowej, że przy ustalonym horyzoncie czasowym

$$P(S < \text{VaR}) = \alpha.$$

Wartość rynkowa- to wartość aktywów i pasywów po ich aktualnym kursie giełdowym.

Zdarzenia w historii, które wpłynęły na rozwój metod liczenia VaR.

- 1993 r. - Bank Rozliczeń Międzynarodowych (BIS) ogłosił zamiar wprowadzenia wymagań kapitałowych związanych z ryzykiem rynkowym.
- 1995 r. - BIS wprowadził poprawki do projektu regulacji w sprawie ryzyka rynkowego, dzięki którym niektóre banki mogły posługiwać się przy obliczaniu ekspozycji na ryzyko rynkowe własnymi modelami wewnętrznymi (do tej pory modele były narzucone przez regulacje).
- 1997 r. - We Wspólnocie Europejskiej (od 1998 w Stanach Zjednoczonych) na podstawie zgody związanej z czynnikami regulacyjnymi, największe banki dostały możliwość wykorzystania własnych modeli wewnętrznych do obliczania ekspozycji VaR (w księdze handlowej).

Model CreditMetrics

Model CreditMetrics

Model CreditMetrics został opublikowany w 1997 roku w postaci dokumentacji technicznej przez J.P. Morgan (przy współpracy z m. in. Bank of Montreal, Bank of America, BZW, Deutsche Morgan Grenfell). Był on przeznaczony do wyznaczania wartości zagrożonej aktywów niepodlegających obrotowi publicznemu, na przykład:

- pożyczek,
- obligacji prywatnie emitowanych,
- wierzytelności leasingowych lub z tytułu factoringu.

VaR (Value at Risk) czyli wartość zagrożona może być pomocna zarówno w wycenie ryzyka rynkowego jak i kredytowego.

Wyznaczanie VaR pożyczki

Do wyznaczania wartości VaR pożyczki potrzebne są nam następujące dane:

- wartość rynkowa pożyczki,
- zmienność σ wartości pożyczki w okresie jej ważności.

Wielkości te nie są znane. Do ich oszacowania wykorzystuje się:

- informacje na temat klasyfikacji ratingowej kredytobiorcy (AAA, AA, A, BBB, BB, B, CCC, Default czyli D)
- dane dotyczące prawdopodobieństwa zmiany klasyfikacji ratingowej przez kredytobiorcę (macierz migracji),
- stopy odzysku dla kredytów niespłaconych,
- marże na pokrycie ryzyka kredytowego oraz dochodowość obligacji skarbowych,

Macierz migracji.

Macierze migracji

- buduje się w oparciu o dane historyczne,
- są tworzone zazwyczaj przez firmy zajmujące się badaniem rynku, np.
 - Moody's Investors Service,
 - Standard & Poor's (S & P),
 - Asanrow & Edwards,
 - Fitch Ratings.

Przykładowa macierz migracji jest przedstawiona w postaci tabeli

Początkowa kategoria	Kategoria ratingowa na koniec pierwszego roku							
	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC	D
AAA	91,50	7,44	0,78	0,06	0,12	0,10	0,00	0,00
AA	0,70	90,15	6,79	0,83	1,06	0,44	0,02	0,01
A	1,00	2,07	89,05	6,42	0,74	0,26	0,40	0,06
BBB	0,05	0,43	6,14	86,93	4,96	1,19	0,12	0,18
BB	0,04	0,18	0,75	7,87	80,73	8,80	1,00	0,63
B	0,00	0,09	0,21	0,49	6,81	83,57	3,65	5,18
CCC	0,12	0,09	0,32	1,21	2,43	11,19	65,05	19,59

Tabela: Macierz migracji (w %). Źródło: Opracowanie własne na podstawie CreditMetrics Technical Document.

Stopy odzysku dla kredytów niespłaconych (Recovery Rate, RR)

Stopa odzysku to iloraz wartości kwoty zwindykowanej do wartości, która pozostała do spłacenia kredytobiorcy.

- W modelu CreditMetrics stopę odzysku traktuje się jako zmienną losową o rozkładzie beta (więcej informacji na ten temat możemy uzyskać na przykład w artykule umieszczonym na stronie www.bik.nbp.pl/home.aspx?f=/content/2006/2006_11_12/kozlowski.html).
- Stopy odzysku są opracowywane na podstawie danych historycznych.
- Wyznaczaniem stóp odzysku zajmują się najczęściej firmy ratingowe (Moody's Investor Service, Asarnow & Edwards).
- Wartości stóp odzysku, uzależnione są najczęściej od klasyfikacji posiadanych zabezpieczeń na dany kredyt. Dana jednostka udzielająca kredyty, może stworzyć takie klasy i zakwalifikować do nich pożyczkobiorców według własnych kryteriów.

Takie klasy możemy tworzyć na przykład na podstawie:

- maksymalnej straty jaką można ponieść w przypadku niewypłacalności pożyczkobiorcy,
- wielkości majątku poręczycieli, wysokości zabezpieczenia kredytu,
- rodzaju zabezpieczenia (przykładowo grunty, budynki, środki transportu, maszyny ogólnego zastosowania, zapasy).

W tabeli przedstawione są stopy odzysku w zależności od tego, w której klasie znajduje się pożyczkobiorca.

Klasa	Średnia stopa odzyskania
Senior Secured	53,8
Senior Unsecured	51,13
Senior Subordinated	38,52
Subordinated	32,74
Junior Subordinated	17,09

Tabela: Średnie stopy odzyskania. Źródło: Opracowanie własne na podstawie CreditMetrics Technical Document.

Marże na pokrycie ryzyka kredytowego oraz dochodowość obligacji skarbowych

Na podstawie marży na pokrycie ryzyka kredytowego i stóp procentowych zerokuponowych obligacji skarbowych wyznacza się stopę potrzebną do obliczenia bieżących przepływów związanych z udzielonym kredytem.

Wysokość marży może zależeć od:

- wielkości kredytu w momencie niewypłacalności,
- prawdopodobieństwa niewypłacalności,
- okresu kredytowania,
- wartości i rodzaju zabezpieczenia,
- stopy odzysku.

Kategoria	I rok	II rok	III rok	IV rok
AAA	3,65	4,27	4,70	5,02
AA	3,70	4,32	4,87	5,23
A	3,62	4,42	5,03	5,32
BBB	4,00	4,57	5,19	5,59
BB	5,33	6,12	6,67	7,37
B	6,03	7,11	8,13	8,39
CCC	14,03	14,52	14,89	15,01

Tabela: Marże na pokrycie ryzyka kredytowego i stopy procentowe zerokuponowych obligacji skarbowych. Źródło: Opracowanie własne na podstawie CreditMetrics Technical Document.

Plan prezentacji

- 1 Ryzyko i jego rodzaje.
- 2 Sposoby oceny ryzyka kredytowego
- 3 VaR
- 4 Model CreditMetrics
 - Przykład
 - Wady i zalety modelu CreditMetrics

Przykład

Rozważmy pięcioletnią pożyczkę w wysokości 100 000 zł o stałym oprocentowaniu równym 0,06. Zakładamy, że pożyczkobiorca będzie spłacał odsetki w wysokości 6 tysięcy zł przez 4 pierwsze lata (na koniec każdego roku), a pod koniec piątego spłaci 106 tysięcy złotych. Należy wyznaczyć wartość zagrożoną (VaR) tego portfela, dla ustalonego poziomu ufności równego 0,99 oraz przy rocznym horyzoncie czasowym.

Założmy, że pożyczkowioreca zostaje początkowo zaklasyfikowany do kategorii BB i Senior Unsecured, wówczas jego średnia stopa odzyskania jest równa 51,13 %.

Dane dotyczące zmiany klasyfikacji tego pożyczkobiorcy w ciągu roku odczytujemy z macierzy migracji (tabela poniżej).

Lp j	Kategoria ratingowa na koniec roku	Prawdopodobieństwo zmiany kategorii ratingowej p_j
1	AAA	0,04
2	AA	0,18
3	A	0,75
4	BBB	7,87
5	BB	80,73
6	B	8,8
7	CCC	1
8	Default	0,63

Tabela: Prawdopodobieństwo zmian (w %) klasyfikacji pożyczkobiorcy będącego początkowo w kategorii BB. Źródło: Opracowanie własne.

ETAP 1. Wyznaczanie wartości obecnych pożyczki.

W celu wyliczenia wartości obecnej pożyczki, uwzględnia się możliwość przejścia pożyczkobiorcy w ciągu roku do innej kategorii.

BB \rightarrow Default $PV_8 = 51,13\% \cdot 100000 = 51130$

Gdy pożyczkobiorca w ciągu roku zmieni klasyfikację na inną niż Default to do wyznaczania wartości obecnej pożyczki korzystamy ze wzoru

$$PV_j = \left(\sum_{k=1}^n \frac{V \cdot i}{(1 + r_k)^k} \right) + \frac{V \cdot (1 + i)}{(1 + r_{n-1})^{n-1}},$$

gdzie

PV_j - wartość obecna pożyczki (liczona po pierwszym roku kredytowania),

V - wartość początkowa pożyczki,

i - stałe oprocentowanie pożyczki,

r_k - stopa procentowa za k -ty rok, $k=0, \dots, n-1$ (obliczana na podstawie marż, stóp procentowych zerokuponowych obligacji skarbowych),

n - długość trwania pożyczki (w latach - raty roczne).

Obliczenia w tysiącach złotych

BB → AAA

Kategoria	I rok	II rok	III rok	IV rok
AAA	3,65	4,27	4,70	5,02

Tabela: Stopy procentowe zerokuponowych obligacji i marże.

$$PV_1 = 6 + \frac{6}{(1+3,65\%)} + \frac{6}{(1+4,27\%)^2} + \frac{6}{(1+4,70\%)^3} + \frac{106}{(1+5,02\%)^4} = 109,6751$$

BB → AA

Kategoria	I rok	II rok	III rok	IV rok
AA	3,70	4,32	4,87	5,23

$$PV_2 = 6 + \frac{6}{(1+3,70\%)} + \frac{6}{(1+4,32\%)^2} + \frac{6}{(1+4,87\%)^3} + \frac{106}{(1+5,23\%)^4} = 108,94814$$

BB → A

Kategoria	I rok	II rok	III rok	IV rok
A	3,62	4,42	5,03	5,32

$$PV_3 = 6 + \frac{6}{(1+3,62\%)} + \frac{6}{(1+4,42\%)^2} + \frac{6}{(1+5,03\%)^3} + \frac{106}{(1+5,32\%)^4} = 108,6232$$

BB → BBB

$$PV_4 = 6 + \frac{6}{(1+4\%)} + \frac{6}{(1+4,57\%)^2} + \frac{6}{(1+5,19\%)^3} + \frac{106}{(1+5,59\%)^4} = 107,68487$$

BB → BB

$$PV_5 = 6 + \frac{6}{(1+5,33\%)} + \frac{6}{(1+6,12\%)^2} + \frac{6}{(1+6,67\%)^3} + \frac{106}{(1+7,37\%)^4} = 101,72564$$

BB → B

$$PV_6 = 6 + \frac{6}{(1+6,03\%)} + \frac{6}{(1+7,11\%)^2} + \frac{6}{(1+8,13\%)^3} + \frac{106}{(1+8,39\%)^4} = 98,43232$$

BB → C

$$PV_7 = 6 + \frac{6}{(1+14,03\%)} + \frac{6}{(1+14,52\%)^2} + \frac{6}{(1+14,89\%)^3} + \frac{106}{(1+15,01\%)^4} = 80,37795$$

Na podstawie danych zawartych w poniższej tabeli, będziemy obliczać wartość średnią i odchylenie standardowe powyższego rozkładu pożyczki.

Lp j	Kategoria ratingowa na koniec roku	p_j	PV_j	$p_j \cdot PV_j$
1	AAA	0,04	109675,12	43,87004605
2	AA	0,18	108948,14	196,1066447
3	A	0,75	108623,2	814,6739997
4	BBB	7,87	107684,87	8474,799176
5	BB	80,73	101725,64	82123,10793
6	B	8,8	98432,32	8662,044494
7	CCC	1	80377,95	803,7795472
8	Default	0,63	51130	322,119

Tabela: Obliczanie średniej rozkładu pożyczki.

$$\mu = \sum_{j=1}^8 p_j \cdot PV_j = 0,04\% \cdot 109675,12 + 0,18\% \cdot 108948,14 + \dots + 0,63\% \cdot 51130 = 43,87004605 + 196,1066447 + \dots + 322,119 = 101440,50$$

Wariancję rozkładu pożyczki obliczamy ze wzoru

$$\begin{aligned}\sigma^2 &= \sum_{j=1}^8 (p_j \cdot PV_j^2) - \mu^2 = 0,04\% \cdot (109675,12)^2 + 0,18\% \cdot \\ &(108948,14)^2 + \dots + 0,63\% \cdot (51130)^2 - (101440,50)^2 = \\ &4811452,4 + 21365453 + \dots + 16469944 - (101440,5)^2 = 24828685.\end{aligned}$$

Stąd odchylenie standardowe jest równe

$$\sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\sum_{j=1}^8 (p_j \cdot PV_j^2) - \mu^2} = \sqrt{24828685} = 4982,84$$

Jak wyznaczyć VaR, jeśli znamy tylko rozkład pożyczki?

Przyjmujemy:

PV - zmienna losowa określająca rozkład pożyczki, $S = \mu - PV$.

$$\text{VaR} = \inf\{x \in \mathbb{R} : P(S < x) \leq \alpha\}$$

Zauważmy, że poniżej wyrażenia są równoważne.

$$\begin{aligned} P(S < x) \leq \alpha & \iff P(\mu - PV < x) \leq \alpha & \iff \\ P(-PV < x - \mu) \leq \alpha & \iff P(PV > \mu - x) \leq \alpha & \iff \\ 1 - P(PV \leq \mu - x) \leq \alpha & \iff P(PV \leq \mu - x) \geq 1 - \alpha. \end{aligned}$$

Stąd

$$\text{VaR} = \inf\{x \in \mathbb{R} : P(PV \leq \mu - x) \geq 1 - \alpha\}$$

Wyznaczanie VaR dla rzeczywistego rozkładu pożyczki.

Przyjmijmy poziom ufrności $\alpha = 0.99$. Szukamy takiej wartości x , że prawdopodobieństwo $P(PV \leq \mu - x) \geq 0,01$. Sumujemy prawdopodobieństwa zmiany kategorii ratingowej p_j (od $j = 8$) do momentu, aż uzyskamy wynik powyżej 1 %. W naszym przypadku $0,63\% + 1\% = 1,63\%$.

Lp j	Kategoria ratingowa na koniec roku	p_j	PV_j	$P(PV \leq PV_j)$
1	AAA	0,04	109675,12	
2	AA	0,18	108948,14	
3	A	0,75	108623,2	
4	BBB	7,87	107684,87	
5	BB	80,73	101725,64	91,16
6	B	8,8	98432,32	10,43
7	CCC	1	80377,95	1,63
8	Default	0,63	51130	0,63

Tabela: Wyznaczanie VaR.

j	Kategoria ratingowa	p_j	PV_j	$P(PV \leq PV_j)$
7	CCC	1	80377,95	1,63

Z prawdopodobieństwem 1,63% wartość pożyczki spadnie poniżej 80377,95 zł to znaczy $\mu - VaR = 80377,95$ zł.

Stąd wartość zagrożona wynosi

$$VaR = \mu - PV_7 = 101440,50 - 80377,95 = 21062,55$$

Faktyczny poziom ufności dla VaR przy założeniu rzeczywistego rozkładu pożyczki wynosi

$$\alpha = 100 \% - 1,63 \% = 98,37 \%$$

Metoda druga. Wyznaczanie VaR z wykorzystaniem interpolacji liniowej.

Aby wyznaczyć VaR dokładnie dla $\alpha = 0,99$ korzysta się z interpolacji liniowej opisanej wzorem

$$L(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1,$$

gdzie $A_1 = (x_1, y_1)$, $A_2 = (x_2, y_2)$ są punktami oraz $x_1 < x < x_2$.

W naszym przypadku

$$x_1 = 51130, \quad x_2 = 84248,37$$

$$y_1 = 0,63 \%, \quad y_2 = 1,63 \%$$

$$L(x) = 1 \%$$

Po podstawieniu do wzoru dostajemy.

$$1 \% = \frac{1,63\% - 0,63\%}{84248,37 - 51130} (x - 51130) + 0,63\%.$$

Stąd

$$x = 61951,8 = \mu - \text{VaR} = 101440,50 - \text{VaR}.$$

Ostatecznie

$$\text{VaR} = 39488,76.$$

Wyznaczanie VaR przy założeniu, że wartości pożyczki mają rozkład normalny

W tym przypadku do wyznaczania wartości zagrożonej wykorzystuje się zależność

$$P(S < \text{VaR}) = 1 - \alpha,$$

gdzie $S = \mu - PV$.

Stąd

$$P(\mu - PV < \text{VaR}) = P(-PV < \text{VaR} - \mu) = P(PV > \mu - \text{VaR}) = \alpha.$$

To jest równoważne

$$1 - P(PV \leq \mu - \text{VaR}) = \alpha \iff P(PV \leq \mu - \text{VaR}) = 1 - \alpha$$

Zatem z założenia, że PV ma rozkład normalny

$$P\left(\frac{PV - \mu}{\sqrt{\sigma^2}} \leq \frac{\mu - \mu - \text{VaR}}{\sqrt{\sigma^2}}\right) = \Phi\left(\frac{-\text{VaR}}{\sqrt{\sigma^2}}\right) = 1 - \alpha,$$

gdzie $\Phi(x)$ oznacza dystrybuantę rozkładu normalnego $N(0, 1)$.
Z własności $\Phi(x) + \Phi(-x) = 1$ otrzymujemy

$$\Phi\left(\frac{-\text{VaR}}{\sigma}\right) = 1 - \Phi\left(\frac{\text{VaR}}{\sigma}\right) = 1 - \alpha.$$

Stąd

$$\Phi\left(\frac{\text{VaR}}{\sigma}\right) = \alpha \iff \text{VaR} = \Phi^{-1}(\alpha)\sigma,$$

przy czym $\Phi^{-1}(\alpha)$ oznacza kwantyl rozkładu normalnego rzędu α .

Podstawiając do wzoru dostaniemy wartość zagrożoną przy założeniu, że wartości pożyczki mają rozkład normalny

$$\text{VaR} = \Phi^{-1}(0.99)4982,84 = 2,33 \cdot 4982,84 = 11591,82.$$

Plan prezentacji

- 1 Ryzyko i jego rodzaje.
- 2 Sposoby oceny ryzyka kredytowego
- 3 VaR
- 4 Model CreditMetrics**
 - Przykład
 - Wady i zalety modelu CreditMetrics

Zalety:

- możliwość wykorzystania rzeczywistego rozkładu szacowanych przyszłych wartości pożyczek,
- wycena uwzględnia obecną ocenę ratingową kredytobiorcy oraz prawdopodobieństwo jej zmiany,
- łatwość interpretacji wyników.

Wady:

- wykorzystywanie danych historycznych,
- wykorzystywanie tej samej macierzy migracji względem każdego kredytobiorcy,
- brak zmiany klasyfikacji dotyczącej średnich stóp odzyskania, w przypadku gdy zmienia się klasyfikacja ratingowa pożyczkobiorcy.

Bibliografia

[1] Morgan J.P., *CreditMetricsTM–Technical Document*, New York, 1997,
<http://www.ma.hw.ac.uk/mcneil/F79CR/CMTD1.pdf>

[2] Ł. Kozłowski, P. Osiński, Nieparametryczna estymacja rozkładu stóp odzysku z ekspozycji kredytowej na bazie krótkich szeregów czasowych, *BANK I KREDYT* listopad - grudzień 2006, str.68.
www.bik.nbp.pl/home.aspx?f=/content/2006/2006_11_12/kozłowski.html

[3] Krzysztof Jajuga *Zarządzanie ryzykiem*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2007



KAPITAŁ LUDZKI
CZŁOWIEK – NAJLEPSZA INWESTYCJA!

Stypendysta projektu „Matematyka najpewniejszym kapitałem absolwenta” współfinansowanego przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego.